

Nombres rationnels : addition et soustraction

Pour rappel, une fraction représente une proportion d'une grandeur. De manière abstraite, cette grandeur est l'unité ; ou alors de manière concrète, cette grandeur peut par exemple être le volume d'une bouteille.

Exemples :

- Abstrait

$$\frac{2}{5}$$

représente les deux cinquièmes de 1, soit $1 \cdot 2 \div 5 = 0,4$.

- Concret

$\frac{2}{5}$ d'une bouteille de 1,5 l

représente les deux cinquièmes de 1,5 l, soit $1,5 \cdot 2 \div 5 = 0,6$ l.

Le dénominateur, ici 5, représente le diviseur par lequel on a divisé la grandeur. Le résultat de cette division donne la grandeur d'une part. Le numérateur, ici 2, représente le nombre de parts qui sont considérées.

Addition et soustraction

Comment deux fractions peuvent être additionnées ou soustraites ?¹ Deux cas sont à envisager :

- les deux fractions **ont le même** dénominateur et
- les deux fractions **n'ont pas le même** dénominateur.

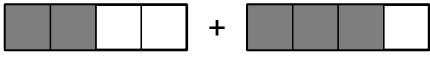
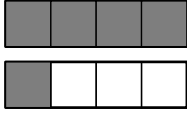
Dénominateurs identiques

Si les dénominateurs sont identiques, les deux fractions représentent donc une **même** division de l'unité. Chaque part représente donc la **même** quantité. Il suffit donc d'additionner ou soustraire ce nombre de parts, soit d'additionner ou soustraire les numérateurs. Le dénominateur, qui représente la division de l'unité, ne change pas.

¹ Aide-mémoire p. 30

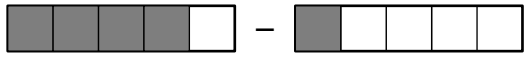

Exemples :

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$$

	Opération	Résultat
Figures		
Langage	Deux quarts plus trois quarts font	cinq quarts
Fraction	$\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$

Les numérateurs sont additionnés, le dénominateur ne change pas.

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5}$$

	Opération	Résultat
Figures		
Langage	Quatre cinquièmes moins un cinquième font	trois cinquièmes
Fraction	$\frac{4}{5} - \frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$

Les numérateurs sont soustraits, le dénominateur ne change pas.

Dénominateurs différents

Que se passe-t-il lorsque les dénominateurs sont différents ? Dans ce cas, chaque fraction représente une division différente de l'unité. Pour chaque fraction, les parts ne représentent donc pas la même quantité. On ne peut donc pas les additionner ou les soustraire directement.

Figures	
Langage	Un tiers plus une demi font ? sur ?
Fraction	$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = ?$

Pour réaliser l'addition ou la soustraction, il faut que les dénominateurs soient identiques. Pour les figures, ça revient à rediviser chaque part pour obtenir des parts représentant les mêmes quantités.

Ceci revient, à **amplifier** chaque fraction pour que leur dénominateur devienne égal au **ppmc** de leurs premiers dénominateurs.

Dans l'exemple précédent :

- diviser chaque tiers en deux pour obtenir des sixièmes et
- diviser chaque demi en trois pour obtenir des sixièmes.

Figures	
Langage	Un tiers plus une demi font deux sixièmes plus trois sixièmes qui font cinq sixièmes
Fraction	$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3} + \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 3} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$

La démarche est la même pour la soustraction. La méthode générale est donc la suivante.

Exemple 2 $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = ?$

ÉTAPE 1	Ces fractions ont-elles le même dénominateur?	Non
ÉTAPE 2	Chercher un dénominateur commun. Pour cela, calculer par exemple le produit des deux dénominateurs ou chercher le ppmc de ces deux nombres.	ppmc (4 ; 6) = 12
ÉTAPE 3	Amplifier chaque fraction afin d'obtenir le dénominateur commun qu'on vient de trouver.	$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 4} - \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12}$
ÉTAPE 4	Appliquer la propriété énoncée précédemment : soustraire les numérateurs et garder le dénominateur commun.	$\frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$

Remarque

Il est généralement souhaitable de donner la réponse finale sous forme de fraction irréductible.

Exemples :

Ne pas oublier de réduire la fraction une fois l'addition ou la soustraction faite.

a) $\frac{5}{3} + \frac{8}{3} = \frac{5 + 8}{3} = \frac{13}{3}$

b) $\frac{11}{4} - \frac{3}{4} = \frac{11 - 3}{4} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1} = 2$

c) $\frac{5}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 4} + \frac{3}{8} = \frac{10}{8} + \frac{3}{8} = \frac{10 + 3}{8} = \frac{13}{8}$

d) $\frac{5}{6} - \frac{11}{9} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 6} - \frac{2 \cdot 11}{2 \cdot 9} = \frac{15}{18} - \frac{22}{18} = \frac{15 - 22}{18} = \frac{-7}{18} = -\frac{7}{18}$

Si le calcul contient des nombres qui ne sont pas sous forme fractionnaire, il faut d'abord les transformer en fractions.

e) $\frac{2}{5} + 4 - \frac{7}{10} = \frac{2}{5} + \frac{4}{1} - \frac{7}{10} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} + \frac{10 \cdot 4}{10 \cdot 1} - \frac{7}{10} = \frac{4}{10} + \frac{40}{10} - \frac{7}{10} = \frac{37}{10}$

f) $\frac{8}{5} - 0,25 = \frac{8}{5} - \frac{25}{100} = \frac{8}{5} - \frac{1}{4} = \frac{4 \cdot 8}{4 \cdot 5} - \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 4} = \frac{32}{20} - \frac{5}{20} = \frac{27}{20}$

g) $0,\overline{6} + \frac{5}{2} = \frac{6}{9} + \frac{5}{2} = \frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} + \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6} + \frac{15}{6} = \frac{19}{6}$