Addition en base n

Comment fait-on pour faire une addition dans une autre base que la base 10 ? On va d'abord revoir, étape par étape, comment on fait une addition en base 10 avec l'addition $56 + 47$.

	1	1	
		5	6
+		4	7
	1	0	3

On commence par additionner les unités (10^0). On obtient 13, ce qui correspond à 10+3, soit la base+3. On écrit alors 3 à la place des unités et on retient 1 qu'on écrit au-dessus de la colonne des dizaines (10^1).

Ensuite, on recommence avec la colonne des dizaines. On obtient 10, ce qui correspond à 10+0, soit la base+0. On écrit alors 0 à la place des dizaines et on retient 1 qu'on écrit au-dessus de la colonne des centaines (10^2).

On descend alors directement cette dernière retenue et on obtient le résultat 103.

La méthode pour additionner dans une autre base est la même. Pour se faciliter le travail, il est utile d'avoir la table d'addition dans cette base.
Rappel, un nombre écrit dans une base n'a jamais de chiffre égal ou plus grand que cette base. Ainsi un nombre binaire n'est composé que des chiffres 0 et 1, un nombre en base 4 n'est composé que de chiffres parmi $\{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$, etc.

Pour construire la table, il faut bien se rappeler comment on écrit les nombres dans une base. Pour la base5, par exemple :

Nombre	Zéro	Un	Deux	Trois	Quatre	Cinq	Six	Sept
Base5	0	1	2	3	4	10	11	12

En effet :
- (5 base10) $= 1 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0$, donc (5 base10) = (10 base5)
- (6 base10) $= 1 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0$, donc (6 base10) = (11 base5)
- Etc.

Voici la table d'addition en base5 :

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

Qu'est que cela donne pour faire en base5 $23 + 13$?

	1	1	
		2	2
+		2	4
	1	0	1

Colonne 5^0 : $2 + 4 = 11$ (selon la table d'addition en base5). J'écris donc 1 et je retiens 1.
Colonne 5^1 : $1 + 2 + 2 = 3 + 2 = 10$ (en base5). J'écris donc 0 et je retiens 1.
Colonne 5^2 : Je descends la retenue.
Donc, en base5, $22 + 24 = 101$.

Vérifions ceci est faisant la conversion en base10 :

Base5	**Base10**
22	$2 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 10 + 2 = 12$
24	$2 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 10 + 4 = 14$
101	$1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 25 + 1 = 26$

Et en effet, $12 + 14 = 26$.

La démarche est alors la même dans toutes les bases. Pour la base n :

1) (Optionnel) Écrire la table d'addition de la base n
2) Faire l'addition en colonne des deux nombres dans la base n, en tenant compte de la table d'addition de la base n.

Exemples de tables d'addition en base2 et base12

Base2

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Base12

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	❤️	😀
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	❤️	😀
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	❤️	😀	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	❤️	😀	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	❤️	😀	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	❤️	😀	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	❤️	😀	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	❤️	😀	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	❤️	😀	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	❤️	😀	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	❤️	😀	10	11	12	13	14	15	16	17	18
❤️	❤️	😀	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
😀	😀	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1❤️